EDHEC 2012

RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission sur classes préparatoires
Option scientifique

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet long, assez difficile et sélectif. La présence de nombreuses questions techniquement difficiles ou abstraites a permis de bien apprécier, d'une part les capacités à mener un calcul compliqué à son terme et d'autre part les capacités à raisonner des candidats : ceux d'entre eux qui étaient bien préparés se sont très bien démarqués alors que ceux qui l'étaient moins ont montré leurs faiblesses théoriques ainsi que leur mauvaise maîtrise des techniques de base.

• **L'exercice 1** proposait l'étude d'un endomorphisme *f* de $\mathbb{R}^3$ pour lequel on établissait que $\mathbb{R}^3 = \mathrm{Ker}\, f^2 \oplus \mathrm{Ker}(f - 2Id)$. On prouvait ensuite qu'il n'existe pas d'endomorphisme *g* de $\mathbb{R}^3$ tel que $g^2 = f$. La dernière question proposait plus généralement, pour un endomorphisme *h* de $\mathbb{R}^n$, de montrer l'équivalence : $h^n = \alpha h^{n-1} \Leftrightarrow \mathbb{R}^n = \mathrm{Ker}\, h^{n-1} \oplus \mathrm{Ker}(h - \alpha Id)$, où α désigne un réel non nul.

Cet exercice, théorique, a été très discriminant. Les correcteurs ont pu mesurer à quel point les connaissances en algèbre linéaire de très nombreux candidats sont fragiles, surtout dès que les questions posées sortent de l'ordinaire.

• **L'exercice 2** présentait une suite $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de variables aléatoires, définies sur un même espace probabilisé (Ω, A, *P*), indépendantes et suivant toutes la loi exponentielle de paramètre λ (avec λ > 0).
On considérait ensuite les variables aléatoires *X* et *Z* définies par :
X = $\left\lfloor \dfrac{X_1}{X_0} \right\rfloor + 1$ et *Z* = Inf {$k \in \mathbb{N}^*$, $X_k > X_0$} si cet ensemble n'est pas vide et *Z* = 0 si cet ensemble est vide, et on montrait qu'elles suivaient la même loi.

Cet exercice, très technique (il y avait entre autres deux produits de convolution à effectuer) a permis aux candidats solides de clairement se démarquer.

• **L'exercice 3** avait pour but d'établir que l'application *f* qui, à tout polynôme *P* de *E* (espace vectoriel des polynômes à coefficients réels, de degré inférieur ou égal à 2), associe le reste dans la division par $1 + X^3$ du polynôme $(1 - X + X^2)$ *P* est un endomorphisme diagonalisable.

On montrait ensuite que le noyau et l'image de f étaient supplémentaires orthogonaux pour le produit scalaire qui, à tout couple (P, Q) de polynômes de E associe $\sum_{k=0}^{2} a_k b_k$, avec $P = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$ et
$Q = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$.

La première question, portant explicitement sur la division euclidienne, a rebuté un certain nombre de candidats, mais nombre d'entre eux ont su tirer leur épingle du jeu sur les questions suivantes.

• **Le problème**, portant sur le programme d'analyse, considérait une suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ de réels positifs telle que la série de terme général x_n converge. On posait alors : $z_n = \left(\prod_{k=1}^{n} x_k\right)^{1/n}$.

Dans un premier temps, on montrait que la série de terme général z_n converge et que sa somme vérifie : $\sum_{n=1}^{+\infty} z_n \le e \sum_{n=1}^{+\infty} x_n$.

Dans un deuxième temps, on montrait que e est la plus petite des constantes λ pour lesquelles on a $\sum_{n=1}^{+\infty} z_n \le \lambda \sum_{n=1}^{+\infty} x_n$.

Ce problème, calculatoire et technique, a été sélectif en permettant de tester la fiabilité des candidats face à des calculs de sommes et de produits et face à des questions de convergence (souvent pas très bien comprises, de nombreux candidats confondant convergence de suite et convergence de série).

Statistiques :

• Pour l'ensemble des 3603 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,945 sur 20 (un peu supérieure à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 5,64 (légèrement supérieur à celui de l'année dernière).

• 33% des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (12,5 % ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est en très légère augmentation par rapport à l'année dernière.

• 23,5 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.

• 23,4 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Conclusion :

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées malgré la présence d'un nombre non négligeable de candidats qui ne respectent pas la numérotation des questions, écrivent mal (ce sont souvent les mêmes) et rendent la tâche du correcteur pénible : qu'ils sachent qu'ils n'ont rien à gagner à pratiquer de la sorte, bien au contraire. Plusieurs correcteurs demandent à ce qu'un certain nombre de points soit affecté à la présentation des copies.
Il reste toujours un noyau de candidats qui ne peuvent s'empêcher de faire du remplissage au lieu d'argumenter face aux questions dont le résultat est donné : aucun correcteur n'est dupe, rappelons-le.

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.