Concours **EDHEC** **2009**
Classes Préparatoires

RAPPORT DE CORRECTION
MATHEMATIQUES
Option Scientifique

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (premier exercice et problème).
La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet sélectif, d'un niveau abordable, mais laissant plus d'initiative aux candidats que par le passé. Il a permis de bien apprécier les connaissances et les capacités à raisonner des candidats, ce qui est le premier but d'un texte de concours.

• L'exercice 1 proposait de montrer, grâce à un contre-exemple, que la convergence en probabilité n'implique pas la convergence en moyenne.

• L'exercice 2 avait pour but de déterminer la nature de la série de terme général $u_n(\alpha)$, où $u_n(\alpha)$ est défini, pour tout entier naturel n non nul, par $u_n(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^\alpha)^n}$, α étant un entier strictement supérieur à 1.

• L'exercice 3 étudiait un endomorphisme défini sur l'espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à $2n+1$

• Le problème, portant sur le programme de probabilités, avait pour objectif de construire une variable aléatoire dont une densité g est définie par $g(x) = \begin{cases} -f(x)\ln(1-F(x)) \text{ si } x \geq 0 \\ 0 \text{ si } x < 0 \end{cases}$, où f est une fonction densité, nulle sur $]-\infty, 0[$, continue et strictement positive sur sur $[0, +\infty[$.

Statistiques :
Pour l'ensemble des 3993 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,46 sur 20 et l'écart-type vaut 5,63.
38 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (dont presque un tiers ont une note inférieure à 4).
22 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
21 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Analyse des copies :
L'exercice 1, qui faisait appel à des notions techniques de probabilité, a joué un rôle très discriminant.

L'exercice 2, bien réussi, montre que beaucoup de candidats maîtrisent, et c'est tant mieux, les notions de base en analyse (convergence d'intégrale impropre, étude de suites et de séries), bien qu'un nombre non négligeable d'entre eux commettent des erreurs impardonnables.

L'exercice 3 a révélé qu'en algèbre linéaire ou bilinéaire, les candidats savent traiter les questions classiques ou voisines du cours, mais sont capables de commettre des fautes quasi impardonnables, comme citer le degré d'une fonction non polynomiale…

Comme d'habitude avec les études de variables aléatoires, le problème a montré que trop peu de candidats maîtrisent la notion même de variable aléatoire (ce qui n'a, d'ailleurs, surpris aucun correcteur)

Il faut noter cette année que de nombreuses copies sont moins bien présentées que par le passé : résultats mal mis en valeur (ni encadrés, ni même soulignés), numérotation des questions non respectée, etc.

Comme d'habitude, les copies sont en grande majorité honnêtes, les candidats précisant clairement qu'ils admettent le résultat d'une question non traitée, mais, et c'est une constante, les correcteurs ont constaté que lorsque les résultats sont donnés par l'énoncé, certains candidats sont prêts à tout pour faire croire qu'ils ont prouvé le résultat demandé : qu'ils sachent que ceci est sanctionné très sévèrement et qu'aucun correcteur n'est dupe.

Presque tous les correcteurs regrettent que de nombreux candidats manquent de rigueur, notamment en oubliant de citer les hypothèses permettant d'appliquer un théorème ou une propriété du cours.

Le nombre de copies faibles (note inférieure à 8) est en augmentation de 5 % par rapport à l'année dernière.

Voici une liste des quelques fautes, omissions et imprécisions les plus fréquentes (chacune d'entre elles ayant été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année :

Exercice 1
• De très nombreux candidats confondent l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson avec celle d'une variable suivant une loi exponentielle !
• Trop de candidats oublient de construire un encadrement avant d'appliquer le théorème d'encadrement, quelques fois mal rédigé (passage à la limite anticipé).
• Une faute assez fréquente : avec ε strictement positif, l'événement $(Y_n > \varepsilon)$ a été assimilé à l'événement $(Y_n > 0)$.

• Le scandale : écrire que « $\lambda > 1$ implique $| 1 - e^{-\lambda} | < 1$ ». Dans cet exercice, l'hypothèse $\lambda > 1$ n'était utile que pour établir $\lim_{n\to+\infty} \lambda^n = +\infty$.

Exercice 2

• Il n'est pas suffisant d'écrire qu'une fonction f_n est continue sur $\mathbb{R}_+$ pour justifier l'existence de l'intégrale $\int_0^{+\infty} f_n(t)\,dt$.

• Il n'est pas question d'affirmer que la suite (u_n) est géométrique de raison $1 - \frac{1}{n\alpha}$!…

• Une faute difficile à avaler : le logarithme d'une intégrale serait, selon certains candidats, égal à l'intégrale du logarithme !

Exercice 3

• Il n'est vraiment pas bien d'écrire qu'une base du noyau d'un endomorphisme opérant dans $\mathbb{R}_{2n+1}[X]$ est $(a_0, \ldots, a_n, a_\mathrm{n}, \ldots, a_0)$ où les a_k sont des scalaires !

• Il n'est pas correct d'écrire que $X^2 - X$ est LE polynôme annulateur de f.

• L'énoncé désignant par P un polynôme, il est farfelu d'affirmer que $P(\frac{1}{X})$ est un polynôme, ce qui a été fait par beaucoup de candidats. Par pudeur, nous ne mentionnerons pas dans ce rapport le degré qui lui a été affublé sur les copies concernées.

• Ayant établi que

Problème

• La limite d'une intégrale (dépendant d'un paramètre n entier naturel) n'est pas égale à l'intégrale de la limite…

• Il faut absolument éviter d'affirmer qu'une fonction de répartition est strictement comprise entre 0 et 1.

• Le must que l'on ne s'attendrait pas à croiser, mais que l'on a vu sur la majorité des copies cette année : « $\forall t \in [0, 1[, \ \frac{t^n}{1-t} \leq t^n$ ».

Conclusion :

Le niveau moyen reste stable bien qu'en légère baisse par rapport à l'année dernière.
Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.