RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
(Option Économique)
Concours 2008

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur la presque totalité des connaissances exigées en classe préparatoire. Le sujet balayait largement le programme des deux années en donnant une place importante aux probabilités. Les correcteurs ont trouvé le sujet abordable (mis à part le problème) et sélectif : les bons et très bons candidats pouvaient facilement faire la différence, notamment en traitant l'exercice 3 (technique) et surtout le problème jugé très technique et difficile, tandis que les candidats de niveau moyen pouvaient tout de même tirer leur épingle du jeu en traitant, au moins en partie, les exercices 1 et 2 ainsi que le début du troisième exercice, ce qui leur permettait de montrer qu'ils avaient travaillé sérieusement les mathématiques. Quelques correcteurs signalent qu'un nombre non négligeable de candidats ont eu le temps de traiter l'essentiel.

• L'exercice 1 avait pour objectif d'étudier une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, notée f_n, puis de trouver un équivalent de u_n défini par $f_n(u_n) = 0$.
• L'exercice 2 se fixait pour but de trigonaliser un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$.
• L'exercice 3, où l'on considérait une variable aléatoire X de densité la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2(1+|x|)^2}$, se proposait de montrer que la variable aléatoire $Y = \ln(1+|X|)$ suit une loi exponentielle.
• Le problème, portant sur le programme de probabilités, s'intéressait à une suite de variables aléatoires discrètes dont on connaissait une loi conditionnelle.

Statistiques :

Pour l'ensemble des 3095 candidats ayant composé, la moyenne (sur 20) obtenue à cette épreuve est égale à 10,66 et l'écart-type vaut 5,06.

31% des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (le tiers d'entre eux ayant une note inférieure à 4).
29% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
17% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Analyse des copies :

Les correcteurs constatent cette année que les candidats semblent en majorité s'être préparés sérieusement et tous les exercices sont abordés dans presque toutes les copies.
Les correcteurs notent que les candidats ont des connaissances même si la rigueur fait souvent défaut dans la rédaction de leurs démonstrations (notamment pour déterminer une fonction de répartition, établir des encadrements, surtout si la fonction valeur absolue est présente, pour analyser correctement un événement afin d'en déduire sa probabilité, pour trouver un équivalent, pour justifier qu'un endomorphisme n'est pas diagonalisable,…).

La relativement bonne moyenne obtenue à l'exercice 1 montre que beaucoup de candidats maîtrisent, et c'est tant mieux, les notions de base en analyse, bien qu'un nombre non négligeable d'entre eux se trompent en dérivant une fonction somme toute classique.

L'exercice 2 a, dans l'ensemble, été correctement traité sauf la dernière question, où l'on sent que la notion de changement de base n'est pas parfaitement maîtrisée.

L'exercice 3 a révélé des failles sérieuses dans les connaissances de nombreux candidats sur les variables à densité, notamment pour la détermination de la fonction de répartition d'une variable aléatoire fonction d'une variable à densité.

Comme d'habitude avec les études de variables aléatoires discrètes, le problème a montré que trop peu de candidats maîtrisent les formules classiques ainsi que la façon de les appliquer. La réflexion en profondeur a souvent été délaissée au profit d'un plagiat de l'énoncé lorsque celui-ci donnait le résultat qu'il fallait trouver, notamment à la question 3) de la partie 2.
En informatique, la récursivité semble hors de portée de la plupart des candidats.

Les copies sont, pour la plus grande part bien présentées, propres et honnêtes (une majorité de candidats précisent clairement qu'ils admettent le résultat d'une question non traitée), mais les correcteurs ont constaté (comme d'habitude) que lorsque les résultats sont donnés par l'énoncé, de trop nombreux candidats trichent en essayant de faire croire qu'ils ont prouvé le résultat demandé : qu'ils sachent que ceci est vite repéré et sévèrement sanctionné.

Voici une liste des quelques fautes, omissions et imprécisions les plus fréquentes (chacune d'entre elles a été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année:

Exercice 1
• Rappelons qu'on n'écrit pas « la fonction $f(x)$ » mais la fonction f ».
• Certains candidats cherchent deux asymptotes à une courbe au voisinage de $+\infty$.
• Un nouveau théorème : $f_n'' > f_n'$ donc f_n est strictement croissante (vu plusieurs fois).
• Une erreur vue souvent : l'abscisse du point d'inflexion est le réel annulant f_n'.
• Il manque souvent l'hypothèse de continuité dans l'énoncé du théorème de la bijection.

Exercice 2
• Trop de candidats trouvent $(A-2I)^2$ faux et, comme on peut s'y attendre, trouvent malgré tout, $A(A-2I)^2 = 0$, ce qui est le résultat correct (annoncé par l'énoncé).
• Certains candidats pensent que, comme la famille (u, v, w) possède 3 vecteurs de E et comme $\dim E = 3$ alors la famille (u, v, w) est génératrice de E !
• De nombreux candidats oublient de vérifier que les matrices D et N commutent avant d'appliquer la formule du binôme permettant le calcul de $(D+N)^n$.

• Certains autres confondent diagonalisation et inversibilité et annoncent : « *f* n'est pas diagonalisable car 0 est valeur propre ».

Exercice 3

• Presqu'aucun candidat ne justifie l'égalité entre événements $(\ln(1+|X|\leq x) = (1+|X|\leq e^{x})$ par le fait qu'exponentielle est une bijection croissante. Rappelons que la croissance ne suffit pas.

• Une primitive fantaisiste de la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{(1+|x|)^2}$ est donnée par : $x \mapsto \dfrac{-1}{1+|x|}$, ce qui a poussé les quelques candidats concernés à écrire l'énormité qui suit : « $\int_{-\infty}^{+\infty} f \; = 0$ donc *f* est une densité… ».

Problème

• Peu de candidats énoncent clairement que puisque la fonction *f* est de classe C^1 sur [0, 1], alors *f'* est continue sur [0¸1] donc est bornée sur [0¸1].

• Trop de candidats ignorent l'inégalité triangulaire et gèrent valeur absolue et intégrale d'une façon peu orthodoxe, voire malhonnête.

• Une double faute très répandue cette année : $E(Y(Y-1)) = E(Y)\,E(Y-1)$, formule donnée sans explication, ou, ce qui est pire, justifiée par l'indépendance de Y et $Y-1$ (!) et suivie par l'enchaînement, faux lui aussi : « comme $E(Y) = m\,p$, alors $E(Y-1) = (m-1)\,p$ », tout ceci conduisant évidemment au bon résultat !

Conclusion :

La présentation est dans l'ensemble soignée et les candidats rédigent proprement.
Le niveau moyen semble se stabiliser. Certes, il y a toujours des copies vides et d'excellentes copies, mais il semble que l'on assiste cette année à un fort regroupement des notes entre 6 et 16, cette tranche représentant 63% de la population.
Comme d'habitude, nous conseillons aux futurs candidats de travailler les mathématiques en ne perdant jamais de vue que la recherche d'une solution doit être argumentée, rigoureuse et honnête : faire semblant d'avoir trouvé ne trompe aucun correcteur.