Rapport Officiel Ecricome 2008 voie scientifique

Exercice 1

Après une question de cours sur les projecteurs orthogonaux p sur D et q sur $D^{\perp}$ (de matrices P et Q), on étudie l'endomorphisme f dont la matrice M est antisymétrique et vérifie $M^2 = -Q$ (image, noyau, valeurs propres, diagonalisation), puis les rotations g_θ d'axe D, d'angle θ *(composition, inverse).*

Les copies sont particulièrement faibles au niveau de cet exercice. Les notions de base d'algèbre linéaire et bilinéaire ne sont pas assimilées. Les confusions sont très nombreuses. En particulier on confond un vecteur et la matrice de ses coordonnées dans une base, un endomorphisme et sa matrice.

1. Les réponses à la question sont parfois farfelues : exemples p+q=0 ou p+q= R^3, p+q= 1, p+q = p_2, $< p, q >= 0$, p+q = R^3, p+q = 2u, p+q = u+v = 1, (p+q)(u) = Ker u+Im v,...

2. Oubli fréquent de u unitaire. Sinon c'est souvent bien traité jusqu'au 3.b. On trouve souvent des "dim f" !

La fin du b (Image et noyau de f) est ratée par (presque) tout le monde.

Le polynôme annulateur est souvent trouvé de manière convaincante, sous de nombreuses formes différentes.

Question d), on trouve dans le spectre de f, i, -i comme valeur propre, voire même 1 et -1 (comme racine de X_3+X). On dit fréquemment que les valeurs propres de f sont les zéros de $X+X^3$. Le calcul du 4.a n'est (presque) jamais mené à son terme.

Exercice 2

Pour x > 0 fixé, on établit la convergence de la série de terme général $f_n(x) =(1/n)-1/(n+x)$, et celle de sa série dérivée, de terme général $f_n'(x)$.

A l'aide de l'inégalité de Taylor-Lagrange, on montre la dérivabilité de sa somme F(x).

A l'aide d'un encadrement de la somme partielle, on en déduit un équivalent de F(x) en +oo.

Malgré un manque de soin général cet exercice a été dans l'ensemble compris. Par contre, certains se fourvoient en montrant la convergence des séries par la limite nulle du terme général. D'autres ne savent pas dériver f_n. Taylor Lagrange est diversement cité : les hypothèses sont incertaines voire inexistantes. Certains ne comprennent pas la formule.

3. b est une catastrophe. Ceux qui réussissent le mieux sont ceux qui utilisent la formule de Taylor à fn en ignorant le a. La plupart ne comprennent pas l'intérêt de l'hypothèse x>n. Très peu traitent correctement le 3.c. Certains se contentent de $K=1/n^3$. La plupart trouvent le bon K, mais au mépris des vérifications élémentaires de convergence et en toute ignorance de l'inégalité triangulaire.

4a est souvent obtenu par soustraction d'inégalités ! Sinon, c'est à peu près correct, sauf certaines maladresses dans le calcul de l'équivalent (personne ne propose ln x).

Problème

Dans la partie 1, on établit que l'intégrale J d'une fonction continue g sur [0,1] est l'espérance de g(U) où U suit une loi uniforme sur [0,1]. A l'aide d'un n-échantillon i.i.d. On construit classiquement un estimateur ponctuel de J puis, via le théorème central limite, un intervalle de confiance pour J.

La correction du problème est très décevante. Les candidats ont sans doute manqué de temps mais ont surtout été gênés par de grosses lacunes sur des parties importantes du programme de seconde année : variables aléatoires à densité, convergence, estimation, optimisation sous contrainte. En moyenne ils se sont contentés de grappiller des points. Au 3.1.3, le calcul de l'intégrale par la formule du changement de variable n'est pas bien réussi, très peu connaissent les formules élémentaires de trigonométrie.

La partie informatique est peu abordée. La fonction G à la rigueur. Le programme, quant à lui, est traité par une très petite minorité, tant la méthode mathématique requière une analyse fine du contexte. Pour comprendre ce qu'on demande, on ne peut se contenter de répondre aux questions précédentes sans une réflexion sur la démarche de l'auteur du sujet. Or, il est fréquent de pouvoir traiter les questions informatiques sans avoir fait les questions qui précèdent, la méthode mathématique étant facilement extirpable de l'énoncé.

Pour beaucoup, le problème rebondit avec la question 3.3.2. Toutefois l'explication pour f de classe C^2 est rarement "efficace", il suffit de dire que f est rationnelle et non pas un polynôme ! Que d'erreurs de dérivées premières ou secondes. Au 2, l'inégalité stricte pour H non nul n'est pratiquement jamais évoquée. Au 3, la moitié des candidats trouve que f admet des extremums (heureusement la réponse n'était pas donnée).

Le 3.3.2 demande une lecture attentive. Certains ne comprennent rien et lancent des affirmations qui n'ont aucun sens : ainsi le système complet d'événements pour appliquer la formule des probabilités totales au 1 est très rarement explicité, et à la place on trouve de tout, beaucoup de choses qui ne sont même pas des événements. Toutefois, certains candidats engrangent ici de nombreux points, certains même ne réussissent que cette partie du problème.

Bilan de la correction des copies

Le niveau moyen des copies est faible. On constate peu de progrès par rapport à l'an dernier au niveau de la présentation et de la rédaction des copies. Inutile pour un candidat de recopier les questions (en partie ou en totalité).

Le manque de soin est général. Les solutions sont négligées, mal construites, bâclées, insuffisantes, bourrées d'erreurs grossières.

Des résultats très importants du cours ne sont pas sus. Les candidats semblent consacrer de moins en moins de temps dans cette matière.

Plus encore que l'an passé les résultats reflètent une trop grande hétérogénéité du niveau des candidats et de leur investissement dans la matière.

Avec un écart-type de **5,34** et une moyenne générale de **10,6** cette épreuve a permis de classer les candidats.